

# Primjena regresijskog modela u poduzeću "Mlin i pekarnica Janković"

---

**Knežević, Marko**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Tourism and Rural Development in Pozega / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet turizma i ruralnog razvoja u Požegi**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:277:054879>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-23**



*Repository / Repozitorij:*

[FTRR Repository - Repository of Faculty Tourism and Rural Development Pozega](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET TURIZMA I RURALNOG RAZVOJA U POŽEGI**



**MARKO KNEŽEVIĆ, 0152211595**

**PRIMJENA REGRESIJSKOG MODELA U PODUZEĆU  
„MLIN I PEKARNICA JANKOVIĆ“**

***ZAVRŠNI RAD***

Požega, 2024. godine

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET TURIZMA I RURALNOG RAZVOJA U POŽEGI**

PRIJEDIPLOMSKI STUDIJ TRGOVINA

**PRIMJENA REGRESIJSKOG MODELA U PODUZEĆU  
„MLIN I PEKARNICA JANKOVIĆ“**

***ZAVRŠNI RAD***

IZ KOLEGIJA UVOD U STATISTIKU I

MENTOR: doc. dr. sc. Mirjana Radman-Funarić

STUDENT: Marko Knežević

JMBAG studenta: 0152211595

Požega, 2024. godine

## **SAŽETAK**

Tema ovog završnog rada je primjena regresijskog modela u poduzeću Mlin i pekarnica Janković koja se nalazi na području Slavenskog Broda. U radu su objašnjeni pojmovi poput regresijskog modela, regresijske analize i njezine primjene, opisan je model jednostavne linearne regresije te metoda najmanjih kvadrata. Model jednostavne linearne regresije primijenjen je na primjeru poslovanja poduzeća Mlin i pekarnica Janković. U samoj analizi je utvrđen odnos između prihoda od prodaje poduzeća kao zavisne varijable i maloprodajne cijene 1 kilograma kruha u Republici Hrvatskoj kao nezavisne varijable. Rezultati su pokazali da postoji jaka pozitivna povezanost između prosječne maloprodajne cijene kruha u Hrvatskoj i ostvarenih prihoda poduzeća Mlin i pekara Janković.

Ključne riječi: model jednostavne linearne regresije, metoda najmanjih kvadrata

## **ABSTRACT**

The topic of this final thesis is the application of the regression model in the company Mlin i pekarnica Janković, which is located in the area of Slavonski Brod. The paper explains concepts such as regression model, regression analysis and its application, describes the model of simple linear regression and the method of least squares. The simple linear regression model was applied on the example of the operations of the company Mlin i pekarnica Janković. In the analysis itself, the relationship between the company's sales revenue as a dependent variable and the retail price of 1 kilogram of bread in the Republic of Croatia as an independent variable was studied. The results showed that there is a strong positive relationship between the average retail price of bread in Croatia and the realized income of the company Mlin i pekarnica Janković.

Keywords: simple linear regression model, least squares method

# SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. REGRESIJSKI MODEL .....	2
2.1. Regresijska analiza .....	3
2.2. Vrste regresijske analize .....	4
2.3. Koraci u regresijskoj analizi .....	5
3. MODEL JEDNOSTAVNE LINEARNE REGRESIJE .....	6
4. METODA NAJMANJIH KVADRATA .....	9
4.1. Procjena parametra $a$ .....	10
4.2. Procjena parametra $b$ .....	10
4.3. Reprerzentativnost i rezidualna odstupanja .....	10
4.4. Koeficijent determinacije .....	11
5. REGRESIJSKI MODEL U ANALIZI PODATAKA PODUZEĆA MLIN I PEKARNICA JANKOVIĆ .....	13
5.1. Primjena jednostavne linearne regresije u analizi podataka poduzeća Mlin i pekarnica Janković, Brodski Stupnik .....	14
5.2. Jednostavna linearna regresija na temelju maloprodajne cijene 1 kilograma kruha u Republici Hrvatskoj .....	14
6. ZAKLJUČAK .....	20
7. LITERATURA .....	21
POPIS TABLICA .....	22
POPIS GRAFIKONA .....	22
POPIS SLIKA .....	22

## 1. UVOD

Uvod u regresijski model pruža temeljno razumijevanje analize podataka i predviđanja fenomena koji se temelje na statističkim metodama. Regresijski modeli su ključni alati u istraživanju veza između varijabli, omogućujući nam da razumijemo kako jedna varijabla (nezavisna) utječe na drugu (zavisnu). Ovi modeli su široko primijenjeni u različitim disciplinama, od ekonomije i biomedicine do inženjeringa i društvenih znanosti, gdje pomažu u predviđanju ponašanja, optimizaciji procesa ili jednostavno u razumijevanju kompleksnih interakcija među varijablama.

Tema ovog završnog rada je primjena regresijskog modela u poduzeću Mlin i pekarnica Janković, Brodski Stupnik.

Cilj ovog rada je definirati i objasniti pojam regresijskog modela, njegove primjene i podjele te ga u konačnici primijeniti i na stvarno poduzeće.

Nakon uvodnog dijela i objašnjenja rada, slijedi drugi dio rada u kojem je detaljno definiran pojam regresijskog modela, jednostavne regresijske analize i njezina primjena. Opisan je postupak analize regresijskim modelom, uključujući zavisne i nezavisne varijable, metodu ucrtavanja regresijske linije te njezinu matematičku jednadžbu. Posebna pažnja posvećena je koeficijentu determinacije kao mjeri reprezentativnosti modela.

U trećem dijelu rada detaljno je objašnjen model jednostavne linearne regresije

U četvrtom dijelu je objašnjenja metoda najmanjih kvadrata, parametri  $a$  i  $b$ , reprezentativnost, rezidualna odstupanja te koeficijent determinacije.

U petom dijelu je prikazana primjena jednostavne linearne regresije u poduzeću Mlin i pekarnica Janković, Brodski Stupnik. Najveći dio svojih prihoda ostvaruje prodajom kruha, ali i ostalih pekarskih proizvoda. Izrađena je analiza koja se odnosi na cijenu kilograma kruha i prihode u razdoblju od tri godine.

Šesti dio rada je zaključak u kojem je sažet cijeli ovaj rad.

## 2. REGRESIJSKI MODEL

Regresijski modeli predstavljaju algebarske strukture koje analitički opisuju statističke odnose između različitih pojava. Ovi odnosi se razlikuju od determinističkih, koji su funkcionalne prirode. Naime, statistički odnosi su podložni nesistematskim varijacijama, što je inherentno tim odnosima. Svaki regresijski model uključuje varijablu koja prikazuje te nesistematske utjecaje, čime se razlikuje od determinističkih modela. U osnovi, regresijski modeli služe analitičkim potrebama i nalaze primjenu u gotovo svim stručnim i znanstvenim disciplinama.. Regresijski model je, prije svega, pojednostavljena slika stvarnih pojava (Šošić, 2006: 381).

Oblici regresijskih modela variraju i ovise o specifičnom kontekstu njihove primjene. Proces odabira oblika modela, uključujući izbor i definiciju varijabli, utječe na njihov status, formuliranje hipoteza i slično, a taj se proces naziva građenjem modela. Građenje modela usko je povezano s područjima u kojima se modeli primjenjuju. Teorijski okvir usmjerava na povezanost pojava, prirodu njihovih odnosa i druge bitne aspekte. S obzirom na važnost regresijskih i statičkih modela, ključno je poznavati njihova formalna svojstva prilikom odabira i primjene analitičkih metoda. (Šošić, 2006: 381).

Regresijski modeli su u općem obliku:

$$1. Y = f(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_K) + e$$

$$2. Y = f(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_K)\varepsilon,$$

gdje je  $Y$  zavisna varijabla. Funkcionalni dio modela,  $f(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_K)$ , varira ovisno o specifičnom slučaju primjene. Nezavisne varijable označene su kao  $X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_K$ , dok  $e$  (ili  $\varepsilon$ ) predstavlja stohastičku varijablu koja prikazuje nesistematske utjecaje na zavisnu varijablu. U prvom obliku, stohastička varijabla dodaje se funkcionalnom dijelu modela, dok se u drugom obliku množi s njim. (Šošić, 2006: 381).

Regresijski modeli mogu biti klasificirani kao linearni ili nelinearni. U ovom kontekstu, zavisna varijabla, označena kao  $Y$ , predstavlja varijablu čije promjene želimo analizirati. S druge strane, nezavisne varijable, koje služe za objašnjavanje varijacija u zavisnoj varijabli, nazivamo  $X$ . Ova struktura omogućava istraživanje utjecaja nezavisnih varijabli na zavisnu varijablu. (Radman-Funarić, 2018: 97).

## 2.1 Regresijska analiza

Regresijska analiza uključuje korištenje raznih metoda za proučavanje odnosa između jedne varijable i jedne ili više drugih varijabli. Varijable predstavljaju pojave koje su međusobno povezane, a temelj svake analize čini regresijski model. (Šošić, 2006: 381).

Regresijska i/ili korelacijska analiza ne utvrđuju uzročno-posljedične odnose među varijablama; umjesto toga, fokusiraju se na ispitivanje postojanja povezanosti među njima. Ova povezanost omogućava korištenje regresije za predviđanje jedne varijable na temelju dostupnih informacija o drugoj varijabli. (Radman-Funarić, 2018: 97).

Regresijske tehnike omogućuju da se kvantitativno izrazi zavisnost, odnosno korelacija te se dobiveni model koristi za:

- predviđanje nekih podataka za koje nema mjerenje ili se koristi da dođe do nekih mjerenja,
- konstanti koje tu zavisnost opisuju.

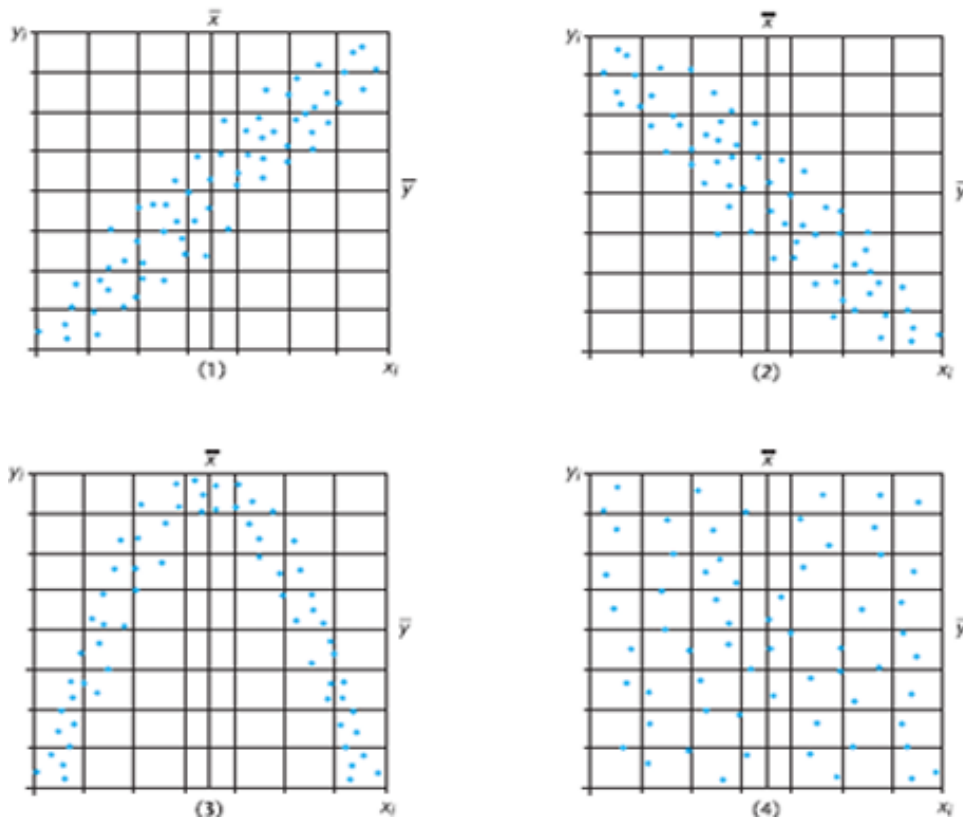
Za određivanje oblika regresije kao sredstvo upotrebljava se dijagram rasipanja koji se konstruira u koordinatni sustav se uvrštavaju parovi vrijednosti varijabli  $X$  i  $Y$ . Ovaj sustav sadrži točke  $(X_i, Y_i)$ , a iz tih točaka moguće je donijeti zaključke o obliku, smjeru i snazi odnosa između varijabli. (Perkov, 2018).

U analizi dijagrama rasipanja postoje dva ključna područja problema, koja se razlikuju ovisno o specifičnom području istraživanja:

1. Prvo se odnosi na odnos između dvije varijable, gdje nezavisna varijabla  $X$  utječe na zavisnu varijablu  $Y$ . U ovom kontekstu govorimo o regresiji, gdje neovisna varijabla djeluje kao uzrok, dok je zavisna varijabla rezultat. Primarni cilj regresijske analize jest istraživanje očekivane vrijednosti zavisne varijable temeljem danih neovisnih varijabli, koristeći funkciju regresije i standardnu pogrešku.
2. Drugo područje se bavi odnosom između varijabli  $X$  i  $Y$  kroz korelaciju. Ovdje je cilj korelacijske analize procijeniti snagu povezanosti između varijabli, oslanjajući se na koeficijente korelacije i koeficijent determinacije (Čelar i dr., 2014: 260).



Slika 1. Prikaz dijagrama rasipanja



Izvor: Šošić (2006)

## 2.2 Vrste regresijske analize

Šošić (2006) navodi da se regresijski modeli mogu klasificirati u dvije glavne kategorije: simultani regresijski modeli i nesimultani regresijski modeli. Nesimultani modeli sadrže samo jednu jednadžbu, dok simultani modeli obuhvaćaju dvije ili više međusobno povezanih jednadžbi. Kada se radi o regresijskom modelu s jednom jednadžbom, on može imati jednu zavisnu varijablu i jednu ili više nezavisnih varijabli. Ako model uključuje samo jednu zavisnu i jednu nezavisnu varijablu, nazivamo ga jednostavnom regresijom. U slučaju kada model sadrži jednu zavisnu varijablu i dvije ili više nezavisnih varijabli, govorimo o višestrukoj regresiji. Svi ovi regresijski modeli, osim zavisnih i nezavisnih varijabli, uključuju i slučajnu varijablu, što ih čini statističkim modelima.

Regresijska analiza može biti ili linearna ili nelinearna, ovisno o prirodi odnosa između varijabli. Kada su varijable u linearnoj vezi, promjena jedne varijable dovodi do slične, pozitivne ili negativne promjene druge varijable, što omogućava prikaz podataka na dijagramu

rasipanja kao ravne linije. Nasuprot tome, ako postoji nelinearna povezanost, podaci će se na dijagramu rasipanja prikazivati zakrivljenom linijom (Horvat i Mijoč, 2012: 494).

### **2.3 Koraci u regresijskoj analizi**

Pri izradi regresijske analize potrebno je u nekoliko koraka učiniti sljedeće:

1. izbor pojave te određivanje koja je varijabla zavisna, a koja nezavisna,
2. pribavljanje podataka o varijablama i ispitivanje njihove točnosti,
3. izrada dijagrama rasipanja i izbor oblika modela,
4. procjena parametara,
5. uporaba modela i predviđanje (Mikulić, 2006: 2).

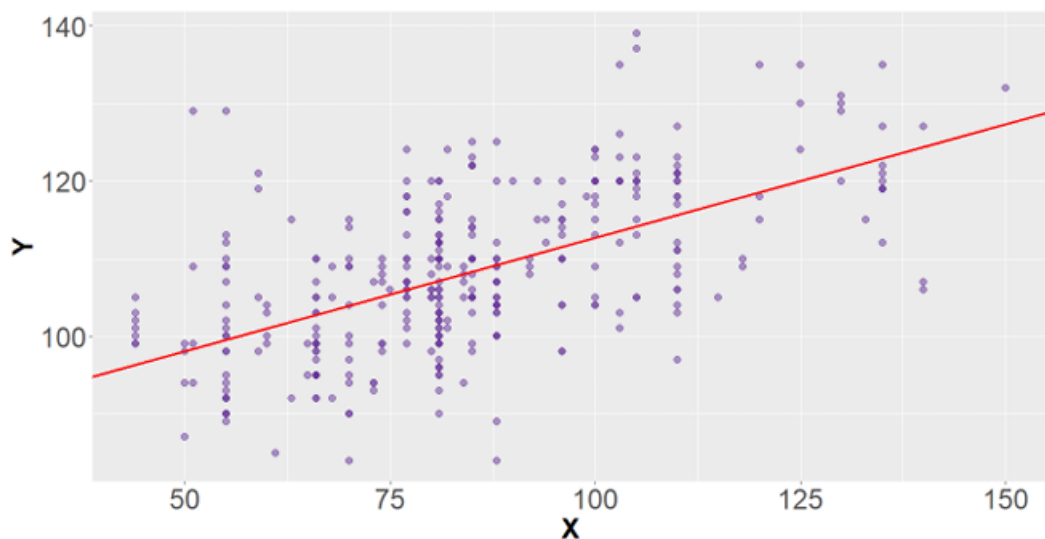
Ovo su osnovni koraci u regresijskoj analizi, ali ovisno o podacima koji se traže, koraci mogu biti dodatno prilagođeni ili prošireni (Šošić, 2006).

### 3. MODEL JEDNOSTAVNE LINEARNE REGRESIJE

Linearna regresija predstavlja statističku tehniku koja se koristi za opisivanje odnosa između jedne zavisne varijable i jedne ili više nezavisnih varijabli kroz linearnu vezu, a slučaj kada postoji jedna varijabla koja opisuje ovisnu varijablu naziva se jednostavna linearna regresija i ona je polazišna točka za interpretaciju (Benšić i dr., 2023: 116).

Ideja modela jednostavne linearne regresije temelji se na parovima podataka  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  pronaći pravac  $y = \alpha + \beta x$  koji te podatke opisuje u nekom smislu. Pravac na prikazanom primjeru je takav da je srednje kvadratno odstupanje podataka od njega minimalno i naziva se regresijski pravac (Benšić i dr., 2023: 116).

Slika 2. Primjer jednostavne linearne regresije



Izvor: Benšić i dr. (2023: 116)

Model jednostavne linearne regresije opisuje vezu između dvije varijable, pri čemu uključuje jednu zavisnu i jednu nezavisnu varijablu. Ova metoda se koristi za analizu varijabli koje su u linearnom statističkom odnosu. Opći oblik ovog modela može se predstaviti kao:

$$y = f_{(x)} + e \quad (1)$$

gdje je  $f_{(x)}$  funkcionalni dio modela, a  $e$  stohastička varijabla koja održava nesistemske utjecaje na zavisnu varijablu (Radman-Funarić, 2018: 97).

Sami model linearne regresije može se podijeliti na deterministički i statički. Najjednostavnija funkcija veza među veličinama, odnosno deterministički model određen je jednadžbom

$$y = ax + b \quad (2)$$

gdje je:

y= zavisna varijabla koja se pokušava predvidjeti ili objasniti,

x= nezavisna varijabla koja se koristi za predviđanje ili objašnjavanje vrijednosti y,

a, b= parametri populacije

te je to jednadžba pravca koja nastoji što bolje objasniti odnos među pojavama koje se temelje na njihovim zapaženim vrijednostima (Perkov, 2018). Gotovo nikada se ili rijetko pojavljuje deterministička povezanost varijabla u društvenim pojavama kako navodi Radman-Funarić (2018), a takve pojave mogu se opisati pomoću probabilističkog ili statističkog modela, pri čemu jednaka promjena jedne varijable može rezultirati različitim promjenama druge varijable, bilo većim ili manjim.

S druge strane, statistički model obuhvaća ne samo deterministički dio  $y = ax + b$ , već i slučajnu pogrešku, što implicira da se ovakav model može izraziti na sljedeći način:

$$y = ax + b + u \quad (3)$$

Ovaj model prikazuje odnos između dviju varijabli, pri čemu promjena jedne varijable dovodi do približne, odnosno linearne promjene druge. Slučajna pogreška odnosi se na varijable koje nisu obuhvaćene modelom, ali imaju utjecaj na zavisnu varijablu. Također, slučajna pogreška može obuhvatiti i nasumične varijacije ovisne varijable. (Radman-Funarić, 2018).

3 glavna razloga zašto se slučajna varijabla uključuje u model su:

- a) nepredvidivost slučajnog ponašanja varijabli koje se razmatraju,
- b) učinak izostavljanja drugih varijabli u model,
- c) greške u mjerenju zavisne varijable (Škrinjarić, 2023).

Parametri  $a$  i  $b$  determinističkog i statističkog modela su parametri populacije, a zbog navedenih razloga regresijske analize većinom se temelje na podacima iz uzoraka. Stoga se model regresije, koji se bazira na tim pokazateljima, može prikazati na sljedeći način.

$$\hat{y} = a + bx \quad (4)$$

gdje je  $\hat{y}$  = regresijska funkcija s procijenjenim parametrima populacije,

$x$  = vrijednost nezavisne varijable,

$a, b$  = procjene parametra populacije (Bruckler, 2006: 504).

Konstantni član  $a$  predstavlja vrijednost regresijske funkcije kada je nezavisna varijabla jednaka nuli. S druge strane, regresijski koeficijent  $b$  ukazuje na iznos promjene regresijske vrijednosti uslijed povećanja nezavisne varijable  $x$ . Zapravo,  $b$  pokazuje prosječnu promjenu zavisne varijable  $y$  za svaku jediničnu promjenu u vrijednosti nezavisne varijable  $x$ . (Šošić, 2006).

Koeficijent  $b$  je važan jer je on ujedno i koeficijent smjera i to zato ako je:

- $b < 0$  funkcija  $y = a + bx$  je padajuća,
- $b > 0$  funkcija  $y = a + bx$  je rastuća (Benšić i Šuvak, 2013: 164.).

Svrha regresijske analize je odrediti regresijski pravac koji najbolje reflektira prikupljene podatke, odnosno pravac koji smanjuje razlike između svih zabilježenih točaka. (Radman-Funarić, 2018).

#### 4. METODA NAJMANJIH KVADRATA

Radman-Funarić (2018) navodi da primjenom same metode najmanjih kvadrata sve točke na dijagramu trebale bi biti smještene što bliže regresijskoj liniji. Što znači da do procjena  $a$  i  $b$  parametara najčešće dolazi primjenom metode najmanjih kvadrata, a ona se sastoji u određivanju procjena parametara za koje rezidualni zbroj kvadrata postiže svoj minimum. Također, to je statistička metoda za korištenje procjene parametara regresijskog modela. Ova metoda minimizira zbroj kvadrata odstupanja između stvarnih vrijednosti zavisne varijable i vrijednosti predviđenih modelom. Na dijagramu rasipanja, linija regresije se postavlja tako da ukupna kvadratna udaljenost između svih točaka  $x$  i  $y$  i te linije bude minimalna.

Također, minimizacija zbroja kvadrata pogreške može se izračunati kao suma kvadrata odstupanja od izvornih vrijednosti  $y$  i regresijskih vrijednosti na sljedeći način:

$$SSS = \sum_{i=1}^n u_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (5)$$

SSE – suma kvadrata pogreške,

$u$  – slučajna pogreška,

$y$  – zavisna varijabla,

$\hat{y}$  – podaci procijenjeni regresijskom jednadžbom (Radman-Funarić, 2018).

Regresijski model služi za procjenu vrijednosti varijable  $y$  na temelju različitih vrijednosti nezavisne varijable  $x$ . Što je jača povezanost između ovih varijabli, to će pogreška modela biti manja. Drugim riječima, regresijski model ne izračunava stvarne vrijednosti varijable  $y$ , već pretpostavke koje se temelje na postavljenom modelu, pri čemu se također uzima u obzir prisutna pogreška. (Radman-Funarić, 2018).

Da bi se ucrtala linija regresije u dijagram rasipanja za to su potrebne dvije točke. Korištenjem metode najmanjih kvadrata, sve točke na dijagramu trebaju biti smještene što bliže regresijskoj liniji (Radman-Funarić, 2018).

Šošić (2006) navodi da primjena metode najmanjih kvadrata osigurava da dobiveni regresijski model najbolje odgovara danim podacima u smislu minimizacije ukupne pogreške predviđanja. Ova metoda je temelj mnogih tehnika regresijske analize i koristi se široko u statistici, ekonomiji, inženjerstvu i mnogim drugim područjima.

#### 4.1 Procjena parametra $a$

Radman – Funarić (2018) navodi da parametar  $a$  označava konstantu i prikazuje odsječak na osi  $y$ , tj. točku na kojoj regresijska linija siječe ordinatu te se računa prema sljedećem izrazu:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (6)$$

$a$  – konstantni član,

$b$  – regresijski koeficijent,

$\bar{y}$  – prosjek varijable  $y$

$\bar{x}$  – prosjek varijable  $x$ .

#### 4.2 Procjena parametra $b$

Parametar  $b$  predstavlja promjenu zavisne varijable ( $y$ ) kada se nezavisna varijabla ( $x$ ) poveća za jednu jedinicu. Osim toga,  $b$  određuje nagib i smjer regresijske linije. Ako je vrijednost koeficijenta  $b$  negativna, to ukazuje na negativnu povezanost između varijabli, dok pozitivna vrijednost sugerira da je povezanost pozitivna.. Izračunava se na sljedeći način (Radman-Funarić, 2018):

$$b = \frac{\sum x * y - n * \bar{x} * \bar{y}}{\sum x^2 - n * \bar{x}^2} \quad (7)$$

#### 4.3 Reprerentativnost i rezidualna odstupanja

Vrijednost regresije za danu stvarnu vrijednost nezavisne varijable  $x$  zove se regresijska vrijednost. One se izračunavaju tako da se stvarne vrijednosti nezavisne varijable redom unose u regresijsku jednadžbu. i to na način:

$$\hat{y}_i = a + bx_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

a s druge strane, rezidualno odstupanje se određuje oduzimanjem regresijske vrijednosti  $\hat{y}_i$  od stvarne vrijednosti  $y_i$ , te se ona osnovna za mjerenje reprezentativnosti modela regresije. Također, rezidualna odstupanja  $u_i = y_i - \hat{y}_i$  (Radman-Funarić, 2018).

Da bi se procijenila precizna reprezentativnost regresije, koristi se jednadžba analize varijance:

$$SS_{yy} = SSR + SSE \quad (9)$$

gdje je  $SS_{yy}$  ukupan zbroj kvadrata,

$SSR$  protumačeni zbroj kvadrata,

$SSE$  rezidualni ili neprotumačeni zbroj kvadrata (Radman-Funarić, 2018).

#### 4.4 Koeficijent determinacije

Koeficijentom determinacije mjeri se koliko je regresijski model reprezentativan. On pokazuje koliki dio varijabilnosti u zavisnoj varijabli objašnjavaju nezavisne varijable. Također, ukazuje na dio varijabilnosti koji nije objašnjen modelom. Drugačije rečeno, koeficijent determinacije ukazuje na razinu pouzdanosti predviđanja koja proizlaze iz regresijskog modela. Veća vrijednost ovog koeficijenta znači da je model više reprezentativan. (Horvat i Mijoč, 2014: 514).

Kako navode Horvat i Mijoč (2014) koeficijent determinacije se označava slovom  $r^2$  i računa se na sljedeći način:

$$r^2 = \frac{SSR}{SS_{yy}} \quad (10)$$

$SSR$  – protumačena odstupanja

$SS_{yy}$  – ukupna odstupanja

Horvat i Mijoč (2014) navode odstupanja koja su protumačena predstavljaju varijacije koje se mogu objasniti putem regresijskog modela, odnosno uz pomoć nezavisne varijable.

:

$$SSR = \sum(\hat{y} - \bar{y})^2 \quad (11)$$



a ukupna odstupanja mjere potpune varijacije u zavisnoj varijabli koje su objašnjene varijacijama nezavisne varijable i to na sljedeći način:

$$SS_{yy} = \sum (y - \bar{y})^2 \quad (12)$$

te se na samom kraju koeficijent determinacije se može zapisati i kao:

$$r^2 = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} \quad (13)$$

## **5. REGRESIJSKI MODEL U ANALIZI PODATAKA PODUZEĆA MLIN I PEKARNICA JANKOVIĆ**

Mlin i pekarnica Janković je poduzeće za proizvodnju kruha, svježih peciva, slastičarskih proizvoda i kolača. Prvobitna djelatnost ove pekarnice bila je proizvodnja kruha. Pekarnica je osnovana 2004. godine pod matičnim brojem 91811040, OIB: 75846946473, a vlasnik je Božo Janković. Sjedište pekarnice je u Brodskom Stupniku; bana Jelačića 2. Osim sjedišta, posluju još na nekoliko lokacija, a neke su Sibirj, Budanka, Bukovlje,... Trenutni broj zaposlenih je 81 te iz godine u godinu taj broj i raste.

Mlin i pekarnica Janković u Brodskom Stupniku ističu se kao ključni igrači u lokalnoj prehrambenoj industriji. Ova uspješna tvrtka poznata je po kvalitetnom brašnu proizvedenom u vlastitom mlinskom pogonu, koje se koristi za pečenje raznovrsnih pekarskih proizvoda. Njihov asortiman obuhvaća svježe pekarske proizvode poput kruha, peciva, kolača i drugih delicija koje zadovoljavaju ukuse i potrebe lokalne zajednice.

Osim što nudi visokokvalitetne proizvode, također njeguje tradiciju i obiteljski pristup u poslovanju. Njihova predanost kvaliteti i kontinuiranom unapređenju proizvodnje osigurava da njihovi proizvodi uvijek zadovoljavaju najviše standarde. Kroz godine poslovanja, stekli su povjerenje kupaca koji cijene svježinu i autentičnost njihovih proizvoda.

Također, aktivno sudjeluje u lokalnoj zajednici, podržavajući različite društvene i kulturne aktivnosti. Njihov angažman pokazuje njihovu posvećenost ne samo poslovanju, već i društvenoj odgovornosti prema zajednici u kojoj posluju.

Mlin i pekarnica Janković nalazi se na 1.423. mjestu po ukupnom prihodu, na 548. mjestu po zaposlenicima i na 1.998. mjestu po dobiti razdoblja od ukupno 16.594. subjekta na području djelatnosti (C-prerađivačka djelatnost) (Fina, url).

Poslovni subjekt iz godine u godine sa ukupnim prihodima povećava svoju dobit što je od značajne važnosti jer je to pokazatelj da dobro posluje. Unatoč svim konkurentskim firmama, mlin i pekarnica Janković može biti izrazito zadovoljna konačnim rezultatima jer svake godine dobit premašuje prošlu i to preko 20%.

Podaci koji su korišteni za primjenu jednostavne linearne regresije poduzeća Mlin i pekarnica Janković o samo cijeni 1 kilograma kruha u razdoblju od 2021. do 2023. godine dobiveni su u poslovnici Sibirj od strane nadređenih u arhivi cijena.

## 5.1 Primjena jednostavne linearne regresije u analizi podataka poduzeća Mlin i pekarnica Janković, Brodski Stupnik

Ovaj dio rada prikazat će praktičnu primjenu jednostavne linearne regresije na temelju podataka o poslovanju poduzeća Mlin i pekarnica Janković, Brodski Stupnik.

Prethodno su navedeni koraci koji se koriste u primjeni regresijske analize te je prvi korak odabir zavisne i nezavisne varijable na temelju kojih će se provesti sama analiza. Nezavisna varijabla X u ovom slučaju je maloprodajna cijena 1 kilograma kruha, a za zavisnu varijablu y odabran je iznos prihoda od prodaje. Također, na sam taj prihod utječu i druge pojave, a prva od njih je količina prodaje. Vrijednosti zavisne i nezavisne varijable promatrane su u razdoblju od 2021. do 2023. godine. Maloprodajna cijena 1 kilograma kruha promatrana je kroz 3 godine te je izrađena analiza. Podaci koji su korišteni u analizi prikupljeni su iz baze podataka Fina Info.BIZ (Fina, url)

## 5.2 Jednostavna linearna regresija na temelju maloprodajne cijene 1 kilograma kruha u Republici Hrvatskoj

U tablici su prikazane maloprodajne cijene 1 kilograma kruha u Republici Hrvatskoj te prihod od prodaje poduzeća Mlin i pekarnica Janković za 2021., 2022. te 2023. godinu. U tablici su izračunate sume vrijednosti zavisne i nezavisne varijable.

Tablica 1. Prikaz maloprodajne cijene 1 kilograma kruha u RH i prihodi od prodaje

Godina	Maloprodajna cijena 1 kilograma kruha u eurima	Prihod od prodaje u 1.000 €		
	X	Y	X <sup>2</sup>	X * Y
2021	0,80	2.259,63	0,64	1.807,70
2022.	0,97	2.390,86	0,9409	2.319,13
2023.	1,33	2.901,55	1,7689	3.859,07
UKUPNO:	3,1	7.552,04	3,3498	7.985,90

Izvor: Fina, url

Nakon obrade osnovnih podataka, iz sljedećih podataka su dobivene vrijednosti srednjih vrijednosti varijabli x i y prema sljedećoj formuli:

$$\bar{x} = \sum x/n$$

$$\bar{x} = 3,1/3$$

$$\bar{x} = 1,03$$

$$\bar{y} = \sum y/n$$

$$\bar{y} = \sum 7.552,04/3$$

$$\bar{y} = 2.517,35$$

Nakon što su dobivene vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$ , sljedeće je izračun procjene parametra  $b$ , odnosno regresijskog koeficijenta i to na sljedeći način:

$$b = \frac{\sum x * y - n * \bar{x} * \bar{y}}{\sum x^2 - n * \bar{x}^2}$$

$$b = (7.985,9 - 3 * 1,03 * 2.517,35) / (3,3498 - 3 * 1,03^2)$$

$$b = 1.240,50$$

Nakon izračuna parametra  $b$ , može se i izračunati parametar  $a$ , odnosno konstantni član na sljedeći način:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = 2.517,35 - 1.240,51 * 1,03$$

$$a = 1.239,56$$

Kada su izračunati parametri  $a$  i  $b$ , moguće je i izračunati model regresije koji očituje zavisnost prihoda od maloprodajne cijene 1 kilograma kruha u RH i razdoblju od tri godine, a prema izrazu (4) linearna regresijska jednadžba glasi:

$$\hat{y} = 1.239,56 + 1.240,50 x$$

Iz dobivene jednadžbe može se iščitati da ukoliko bi maloprodajna cijena 1 kilograma kruha povećala za 1,00 € prihodi bi se povećali za 1.240,50 tis. €. Parametar  $a$  je konstanta i pokazuje razinu prihoda od prodaje pri maloprodajnoj cijeni kruha od 0,00 €.

Nakon izračuna parametra  $a$  i  $b$ , slijedi prikazivanje varijabli  $x$  i  $y$  na dijagramu rasipanja. No, da bi se ucrtala linija regresije, potrebno je izračunati dvije rubne točke na osnovu dobivene regresijske jednadžbe i to na način:

$$\text{za } x_1 = 0,97$$

$$\hat{y}_1 = 1.239,56 + 1.240,50 * 0,97$$

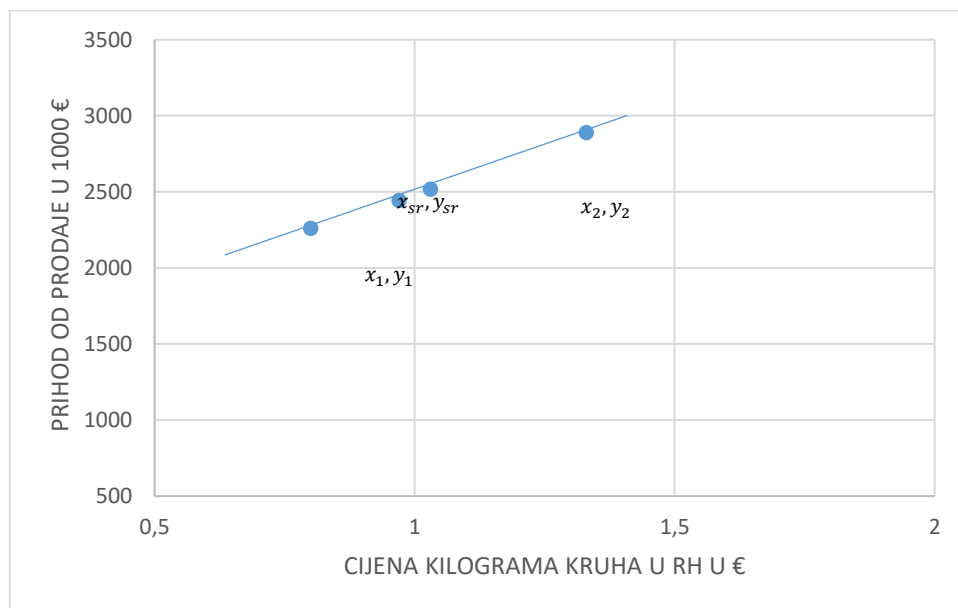
$$\hat{y}_1 = 2.442,91$$

$$\text{za } x_2 = 1,33$$

$$\hat{y}_2 = 1.23956 + 1.240,50 * 1,33$$

$$\hat{y}_2 = 2.889,50$$

Grafikon 1. Prikaz dijagrama rasipanja i linije regresije



Izvor: Autor prema podacima Fina, url

Podaci koji su dobiveni u grafikonu jasno pokazuju da ako maloprodajna cijena 1 kilograma kruha iznosi 0,97 € očekivani prihod od prodaje iznosi 2.390,86 tis. €. Ako cijena 1 kilograma kruha poraste na 1,33 €, očekivani prihod od prodaje iznosi 2.901,55 tis. €. Ovo jasno pokazuje da će povećanje cijene kilograma kruha dovesti do povećanja prihoda od same prodaje.

Međutim, da bi se mogao utvrditi stupanj reprezentativnosti regresijskog modela, potrebno je još izračunati vrijednost odgovarajućih statističko-analitičkih pokazatelja. Kada se usporede prethodno navedeni podaci sa stvarnim podacima iz tablice 1., vidljivo je da je za cijenu od 0,97 € stvaran iznos ostvarenih prihoda bio 2.390,86 tis. €, dok je iznos dobiven regresijskim modelom iznosio 2.442,91 tis. €.

Zatim, za cijenu od 1,33 € stvaran iznos ostvarenih prihoda od prodaje bio je 2.901,56 tis. €, dok s druge strane iznos dobiven regresijskim modelom je iznosio 2.889,50 tis. €. Upravo te razlike, točnije odstupanja vrijednosti koje su predviđene regresijskim modelom od onih stvarni se nazivaju rezidualnim odstupanjima i predstavljaju procjene grešaka relacije u modelu jednostavne linearne regresije.

Kao što je već navedeno, rezidualna odstupanja izračunavaju se tako da se od stvarne vrijednosti  $y_i$  oduzme pripadajuća regresijska vrijednost  $\hat{y}_i$  te se ona osnovna za mjerenje reprezentativnosti modela regresije, a rezidualna odstupanja se izračunavaju prema formuli  $u_i = y_i - \hat{y}_i$ .

(14)

Za 2021. godinu rezidualna odstupanja iznose

$$u = 2.259,63 - 2.232,02$$

$$u = 27,61$$

Tablica 2. Prikaz rezidualnih odstupanja

Godina	Maloprodajna cijena 1 kilograma kruha u RH u €	Prihod od prodaje u tisućama €	$\hat{y} = 1.239,56 + 1.240,50 x$		
	X	Y	$\hat{y} = a + bx$	$u = (y - \hat{y})$	$U^2 = (y - \hat{y})^2$
2021.	0,80	2.259,63	2.232,02	27,61	762,31
2022.	0,97	2.390,86	2.442,91	- 52,05	2.709,20
2023.	1,33	2.901,55	2.889,52	12,04	144,96
UKUPNO:	3,10	7.552,05	7.564,45	- 12,40	3.616,48

Izvor: Autor prema podacima Fina, url

U tablici je prikaz rezidualnih odstupanja za sve godine. Što su manja rezidualna odstupanja to je postavljeni regresijski model reprezentativniji. Iz tablice je vidljivo da najveće odstupanje iznosi 52,05 tis. € za 2022. godinu.

Na temelju sume kvadrata između srednjih vrijednosti varijable  $y$  i njenih stvarnih vrijednosti te njenih regresijskih vrijednosti izračunat je koeficijent determinacije koji omogućuje ocjenjivanje reprezentativnosti postavljenog regresijskog model. Taj koeficijent dobiven je pomoću formule koja je prethodno napisana kao:

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} \quad (15)$$

$$r^2 = 225.465,03 / 230.028,96$$

$$r^2 = 0,9802$$

Pomoću formule dobiven je koeficijent determinacije te dobivena vrijednost  $r^2 = 0,9802$  znači da se 98,02% promjena u varijabli  $y$  može objasniti promjenama varijable  $x$ , što sugerira da je model vrlo pouzdan, dok je preostalih 1,98% promjena rezultat pogreške samog modela, odnosno promjene su uzrokovane drugim varijablama. Na temelju dobivene vrijednosti koeficijenta determinacije, može se reći da je model reprezentativan jer je rezultat  $r^2$  bliže 1 nego 0, što znači da su odstupanja velika u ukupnom zbroju kvadrata. Dakle, postoji jaka pozitivna povezanost prosječne cijene kruha u Hrvatskoj i prihoda od prodaje u poduzeću Mlin i pekara Janković.

Tablica 3. Postupak regresijske analize

Godina	Maloprodajna cijena 1 kilograma kruha u RH u €	Prihod od prodaje u 1000 €	$\hat{y} = 1.239,56 + 1.240,50 x$		
	X	Y	$\hat{y} = a + bx$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$(y - \bar{y})^2$
2021.	0,80	2.259,63	2.232,02	81.413,21	66.419,60
2022.	0,97	2.390,86	2.442,91	5.541,31	15.999,72
2023.	1,33	2.901,55	2.889,52	138.510,51	147.609,64
Ukupno	3,1	7.552,05	7.564,45	225.465,03	230.028,96

Izvor: Autor prema podacima Fina, url



## 6. ZAKLJUČAK

Regresijski model, posebno model jednostavne linearne regresije, ključan je alat statističke analize koji se koristi za razumijevanje odnosa između nezavisne varijable ( $x$ ) i zavisne varijable ( $y$ ). Ovaj model pretpostavlja da postoji linearna veza između nezavisne varijable i zavisne varijable.

Važno je procijeniti kvalitetu regresijskog modela koristeći statističke metrike poput koeficijenta determinacije, koja mjeri koliki postotak varijabilnosti zavisne varijable objašnjava nezavisna varijabla.

Jednostavna linearna regresija je često početni korak u analizi podataka, ali može se proširiti na složenije modele (višestruka regresija) kada postoji više nezavisnih varijabli koje utječu na zavisnu varijablu. Ovi modeli omogućuju predviđanje, kontrolu i optimizaciju različitih procesa i pojava u mnogim područjima, od ekonomije i poslovanja do znanosti i inženjerstva.

Primjer analize podataka poduzeća Mlin i pekarnica Janković pokazuje značajnu pozitivnu povezanost između ostvarenih prihoda od prodaje i cijene kilograma kruha u maloprodaji. Veća cijena kruha obično rezultira većim prihodima od prodaje što je i vidljivo u razdoblju od tri godine. Ipak, kako bi analiza bila što reprezentativnija, bilo bi korisno uključiti dodatne faktore poput količine prodaje. Rezultati dobiveni regresijskom analizom uvelike omogućuju shvaćanje odnosa među pojedinim pojavama te pokazuju da sama cijena ovisi o godišnjim prihodima poduzeća, ali i o poduzeću koji nudi usluge svojim kupcima.

Mlin i pekarnica Janković primjer je kontinuiranog usavršavanja i ulaganja u svoje proizvode što se očituje u njihovom dugogodišnjem poslovanju.

## 7. LITERATURA

1. Benšić, M.; Grahovac, D.; Mihalčić, D. (2023) Linearna regresija kroz primjer, *Osječki matematički list*, 23(2), str. 115-131. Preuzeto s hrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/https://hrcak.srce.hr/file/450496 (Datum pristupa: 04.06.2024.).
2. Benšić, M.; Šuvak, N. (2013) *Primijenjena statistika*. Osijek: Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.
3. Bruckler, F. M. (2006) *Blaise Pascal*. Osijek: Osječki matematički list
4. Čelar, D.; Valečić, V.; Željezić, D.; Kondić, Ž. (2014) *Alati za poboljšavanje kvalitete*.
5. Fina, Fnancijski izvještaj Info.BIZ. Fnancijski izvještaj za 2021., 2022., 2023. godinu, URL: <https://infobiz.fina.hr/subject/MBO-91811040> (Datum pristupa: 10.06.2024.)
6. Horvat, J.; Mijoč, J. (2012) *Osnove statistike*. Zagreb: Naklada Ljevak.
7. Mikulić, S. (2009) *Statistika*. Split: Ekonomska i upravna škola Split.
8. Perkov, J. (2018) *Regresija i korelacija*. Zadar: Sveučilište u Zadru.
9. Radman-Funarić, M. (2018) *Uvod u gospodarsku statistiku*. Požega: Veleučilište u Požegi.
10. Škrinjarić, T. (2023) *Linearni regresijski model*. Zagreb: Hrvatska narodna banka.
11. Šošić, I. (2006) *Primijenjena statistika*. II. Izmijenjeno izdanje. Zagreb: Školska knjiga.

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Prikaz maloprodajne cijene 1 kilograma kruha u RH i prihodi od prodaje.....	13
Tablica 2. Prikaz rezidualnih odstupanja.....	17
Tablica 3. Postupak regresijske analize .....	18

## **POPIS GRAFIKONA**

Grafikon 1. Prikaz dijagrama rasipanja i linije regresije.....	15
--	----

## **POPIS SLIKA**

Slika 1. Prikaz dijagrama rasipanja.....	4
Slika 2. Prikaz jednostavne linearne regresije.....	6

### IZJAVA O AUTORSTVU RADA

Ja, **Marko Knežević**, pod punom moralnom, materijalnom i kaznenom odgovornošću, izjavljujem da sam isključivi autor završnog/diplomskog rada pod naslovom: **Primjena regresijskog modela u poduzeću Mlin i pekarnica Janković** te da u navedenom radu nisu na nedozvoljen način korišteni dijelovi tuđih radova.

U Požegi, 11. rujna 2024.

Potpis studenta

Marko Knežević